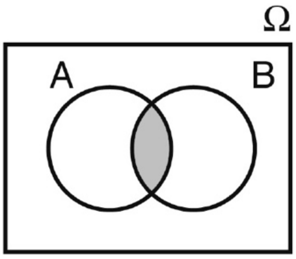
Verknüpfen von Ereignissen

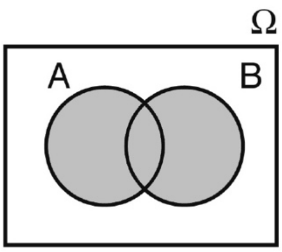
Beispiel: Werfen eines Würfels
A: „Augenzahl gerade“ $A = \{2, 4, 6\}$
B: „Augenzahl nicht 6“ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1. Schnittmenge $A \cap B$: $A \cap B = \{2,4\}$



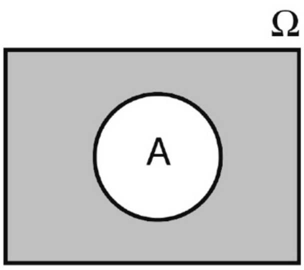
Sprechweise: „A und B sind eingetreten“
„sowohl A als auch B sind eingetreten“

2. Vereinigungsmenge $A \cup B$: $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$



Sprechweise: „A oder B sind eingetreten“
„Mindestens eines der Ereignisse A, B ist eingetreten“

3. Komplementmenge $\overline{A}$: $\overline{A} = \{1,3,5\}$

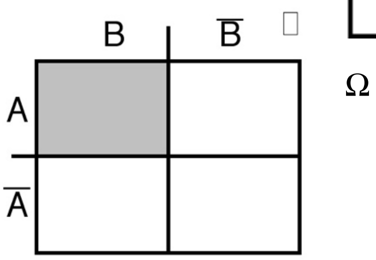


Sprechweise: „nicht das Ereignis A ist eingetreten“

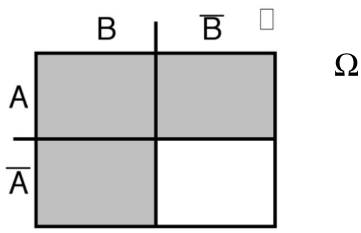
Veranschaulichung der Verknüpfungen mit Hilfe einer Vierfeldertafel:

	B	$\overline{B}$
A	$A \cap B$	$A \cap \overline{B}$
$\overline{A}$	$\overline{A} \cap B$	$\overline{A} \cap \overline{B}$

Ω

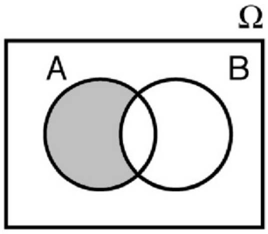
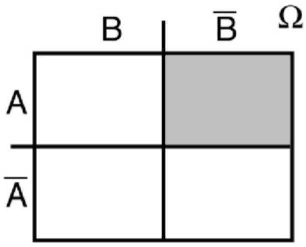
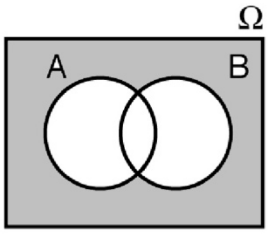
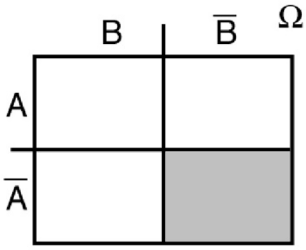
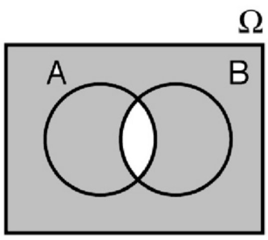
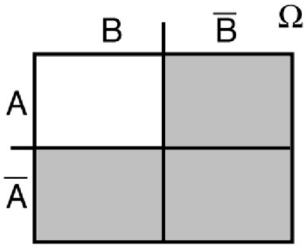
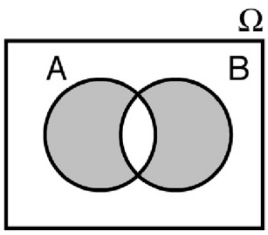
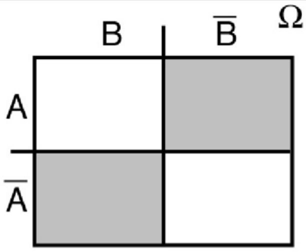


$A \cap B$



$A \cup B$

Beispiele für Verknüpfungen von zwei Ereignissen

	Venn-Diagramm	Vierfeldertafel	Umgangssprache
$A \cap \overline{B}$			**A und nicht B treten ein**
$\overline{A} \cap \overline{B}$ $= \overline{A \cup B}$ **Gesetze von de Morgan**			**Weder A noch B treten ein** **Keines der beiden Ereignisse tritt ein**
$\overline{A} \cup \overline{B}$ $= \overline{A \cap B}$			**Nicht beide Ereignisse treten ein** **Höchstens eines der Ereignisse tritt ein**
$(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})$			**Genau eines der Ereignisse tritt ein** **Entweder A oder B tritt ein**

Anwendung auf das Eingangsbeispiel:

1. $A \cap \overline{B}$: "Augenzahl ist gerade und 6" $\quad A \cap \overline{B} = \{6\}$
2. $\overline{A} \cap \overline{B}$: "Augenzahl ist nicht gerade und 6" $\quad \overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset$
3. $\overline{A} \cup \overline{B}$: "Augenzahl ist nicht gerade oder 6" $\quad \overline{A} \cup \overline{B} = \{1,3,5,6\}$
4. $(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})$: "Augenzahl ist entweder gerade oder nicht 6"
   $(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}) = \{1,3,5,6\}$

Wichtige Gesetzmäßigkeiten bei der Verknüpfung von Ereignissen

1. Kommutativgesetze: $A \cap B = B \cap A$
   $A \cup B = B \cup A$

2. Assoziativgesetze: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

3. Distributivgesetze: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4. Gesetze für das Komplement: $A \cap \overline{A} = \emptyset$
   $A \cup \overline{A} = \Omega$

5. $A \cap \emptyset = \emptyset \qquad A \cup \emptyset = A$
   $A \cap \Omega = A \qquad A \cup \Omega = \Omega$

Satz:

Zwei Ereignisse A und B heißen unvereinbar, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

Aufgabe:

Eine Urne enthält zwei rote und sechs weiße Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A: „es wird mindestens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ und B: „es wird höchstens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ unvereinbar sind.

$\Omega = \{rrw, rwr, rww, wrr, wrw, wwr, www\}$

$A = \{rww, wrw, wwr, www\}$ $B = \{rrw, rwr, wrr, rww, wrw, wwr\}$

$A \cap B = \{rww, wrw, wwr\} \neq \emptyset$

$\Rightarrow$ A und B sind nicht unvereinbar